**Formulario per l’esame di Statistica Allievi INF TEL. AA 08/09 Docente: Ilenia Epifani  
Statistica**

**1 Test di ipotesi sulla media di una popolazione gaussiana**

realizzazione campionaria di .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Si rifiuta se** | **p-value** | **potenza** |
|  |  |  | IC Duale: |  |
|  |  |  | IC Duale: |  |
|  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Si rifiuta se** | **p-value** | **potenza** |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**Dualità IC e verifica di ipotesi:** se rifiuto a livello α sono confidente a livello 1-α che stia nell’intervallo

**test di ipotesi sulla varianza di una popolazione gaussiana**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Si rifiuta se**  **(non cade nell’IC)** | **p-value** | **potenza** |
|  |  |  | IC Duale: |  |
|  |  |  | IC Duale: |  |
|  |  | oppure | dove  e |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Si rifiuta se**  **(non cade nell’IC)** | **p-value** | **potenza** |
|  |  |  | IC Duale: |  |
|  |  |  | IC Duale: |  |
|  |  | oppure | dove  e |  |

funzione di ripartizione chi-quadro con n gradi di libertà e t.c.

**5 t-test per il confronto di medie per dati gaussiani accoppiati (gauss bivariate)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Si rifiuta se** | **p-value** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

, n è li numero delle coppie, gli e sono calcolati con n-1  
N.B: se sono in tabella i dati gaussiani sono da considerarsi accoppiati

**6 t-test di indipendenza per dati gaussiani accoppiati**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Si rifiuta se** | **p-value** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Formulario per l’esame di Statistica Allievi INF, TEL. A. A 08/09 Docente: Ilenia Epifani  
Probabilità**

**0) Ripasso di Calcolo**

**Funzione di Ripartizione** di v.a discrete: v.a continue   
**Standardizzazione di v.a**: X v.a, Y la sua standardizzata:   
**Appossimazione Gaussiana della Binomiale (Teorema Centrale del Limite):**  con   
**Funzione Generatrice dei Momenti**: 1.   
2. 3. X, Y indip 4. F.g.m media campionaria:   
**Media di una v.a Continua:**

**Mediana:** se il numero dei dati è dispari, la mediana è pari al valore centrale, ossia al (n+1)/2 esimo valore ordinato, se sono pari è ((n+1)/2 +n/2 )/2 esimo. La mediana di una Gaussiana è pari al quantile di ordine 0.5 ossia

**Proprietà Fondamentali dei Quantili di Distribuzioni Note**  
 cioè guardo i valori numerici della distribuzione dalle tavole (nel caso della Gaussiana guardo righe e colonne, per le altre guardo i valori interni alla matrice)

o analogamente ossia guardo i valori % (le probabilità) dalle tavole. Nel caso della normale guardo i valori interni alla matrice, per le altre guardo righe e colonne.

**Stimatori  
a)Varianza Campionaria:** la statistica con n > 2, è detta varianza campionaria. è uno stimatore non distorto (corretto) di perche E() =   
**b)** **Media Campionaria:** è la statistica   
**c) Dispersione del campione attorno alla media teorica:** (oppure ) =   
   
**Media e Varianza della Media Campionaria:** coincide con la media teorica, mentre   
**Relazioni Notevoli:** Inoltre se media nota se varianza nota   
**Proprietà:** La media di (osservazione singola – media) al quadrato è sempre la varianza della singola osservazione. Se c’èrano dei coeff rimangono tali

**Aggiornamento di Media e Varianze Campionarie in seuito all’aggiunta di Campioni:** nel caso di aggiunta di campioni, la media del campione esteso è la media pesata con le medie dei due campioni parziali pesati per la numerosità. La varianza non gode di questa proprietà, ne gode il momento secondo campionario. Quindi mi basta calcolare il momento secondo campionario con la media pesata e poi ritrovare la varinza sottraendo la nuova media del campione esteso al quadrato.

**Relazioni tra quantili  
Da quantile della Chi-Quadro a quantile della normale:**   
**Da quantile della Gamma a Quantile della Chi-Quadro:** le tavole della Chiquadro possono essere usate per calcolare i quantili delle gamma, ossia probabilità del tipo con . Infatti se allora e quindi   
Da quantile della generica Gaussiana a quantile della Gaussiana Standard: sia e Z allora

**Proprietà delle distribuzioni di probabilità  
a) Gaussiana: Distribuzioni delle statistiche media e varianza campionarie di popolazione gaussiana** /n) ha densità t-student con n-1 gdl, cioè Media e Varianza campionaria sono indipendenti. Lo stimatore MLE di nel modello gaussiano con media nota e pari a zero è **c) Geometrica:** lo stimatore del parametro p della geometrica è . Inoltre è stimatore MLE della varianza  
**d) Poisson:** Somma di n poisson indipendenti di parametro è una poisson di parametro (quindi con media) . Lo stimatore e quello dei momenti di di una Poisson sono entrambi Si sa inoltre che il modello stocastico di Poisson e tutte le sue caratteristiche lineari soddisfano le ipotesi del teorema sulla disuguaglianza di Cramer Rao. Inoltre la densità di Poisson è infinite volte derivabile, segue che gli stimatori ML trovati sono tutti asintoticamente non distorti, asintoticamente efficienti ( e quindi anche consistenti) e asintoticamente gaussiani con media asintotica data dalla rispettiva caratteristica che stimiamoe varianza asintotica coincidente con il limite inferiore di Cramer Rao.   
**e) Esponenziali:** 2= quindi =  
Lo stimatore di è Lo stimatore di è . Quindi, per la proprietà di invarianza degli stimatori ML, lo stimatore di basato sul modello esponenziale è   
Somma di Esponenziali indipendenti di tipo ha distribuzione , quindi la media campionaria di distribuzione esponenziale ha distribuzione   
**f) Binomiale:** il caso di palline con reimmissione ha distribuzione Binomiale di media np (dove p è la frazione di palline rosse ad esempio, chiamata ) e varianza np(1-p). Per la binomiale lo stimatore della media (np) non distorto, consistente in media quadratica e asintoticamente gaussiano che si ottiene sia con il metodo dei momenti che con quello di massima verosimiglianza è: è non distorto poichè: e è la percentuale di cose volute fratto il totale. Inoltre è consistente poichè

**g) Gamma:** Inoltre se n è un naturale , abbiamo:   
Momento Secondo di Gamma:   
Scaling di Gamma: =   
Somma di Gamma: se e Y allora

**Determinazione della distribuzione di funzioni di densità**Ogni volta che viene richiesto di determinare la densità di ua funzione di X bisogna usare la ripartizione e derivarla,:  
 derivo e ottengo   
2) =   
3) Se Y rappresenta il tempo di guasto di un sistema e X rappresentano i tempi di guasto dei singoli componenti del sistema, allora la Durata del Sistema è 1- Probabilità di guasto cioè:  
 per trovare mi basta fare l’integrale su tutto l’intervallo della densità.

**Trasformazioni di Distribuzioni, quantità pivotali e relativi IC  
Da Varianza Pooled a Chi-Quadro:** la varianza pooled è la varianza comune di due campioni diversi ma che vengono dalla stessa distribuzione. Con m indico la numerosità del primo campione X, con n la numerosità del secondo campione Y: . Si noti che la variabile aleatoria è una quantità pivotale, con distribuzione se le osservazioni venivano da campione normale e quindi posso generare IC con il metodo della quantità pivotale.Si trasforma in una Chi-Quadro in maniera analoga alla varianza standard: da cui è facile, essendo una quantità pivotale, ricavare un IC bilatero per :

**Da Gamma a Chi-Quadro:** e quindi dato che di è si ha che che è una quantità pivotale, quindi posso facilmente trovare un IC per facendo:   
**Da Esponenziale a Gamma:**   
**Da Esponenziale a Chi-Quadro:**   
**Gaussiane e Chiquadro:** se allora Vale quindi che quindi somma di chi-quadro sommano i gradi di libertà. Inoltre se allora   
**Da Gaussiana a Gaussiana Standard:** se X è gaussiana allora = è   
**Da Gaussiana a T-di-Student:** se X è gaussiana allora = è

**2) Intervalli di Confidenza**

**a) Per Media di popolazione gaussiana**  (opppure ) è l’errore che si commette sostituendo al valore valore del parametro µ il valore assunto dallo stimatore per la data realizzazione campionaria. In pratica c’è una probabilità γ che il valore incognito (ma deterministico) di µ cada nell’intervallo aleatorio delle statistiche T1, T2.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Bilatero** | **Unilatero (0,c)** | **Unilatero (c,+∞)** | **Lunghezza IC (bilatero)** |
| **nota** |  |  |  |  |
| **incognita** |  |  |  |  |

**Proprietà di L:**

**b) Per Varianza di popolazione gaussiana**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Bilatero** | **Unilatero (c,+∞) b = 0 a una coda inferiore** | **Unilatero (0,c) a = 0 a una coda superiore** |
| **nota** |  |  |  |
| **incognita** |  |  |  |

**c) Per la Media approssimati nel caso di grandi campioni, con varianza incognita (si usa il TCL)**   
**d) Approssimati per una caratteristica nel caso di grandi campioni:** se lavoro con grandi campioni, posso approssimare la funzione di ripartizione di qualunque caratteristica con una normale di media k e varianza . Pertanto posso usare gli intervalli di confidenza per la media di popolazione gaussiana con varianza nota supponendo di avere però un solo campione!

dove è l’info di Fisher valutata in di massima verosimiglianza, analogamente per

**IC di livello di tipo (0,c) per la media è**: con T stimatore o f.d.r

**Dall’intervallo di confidenza al test di ipotesi:** Per verificare a un livello di significatività α, determiniamo un intervallo di confidenza bilatero per θ. Se l’intevallo contiene accettiamo altrimenti la rifiutiamo.

**Test Bilatero sulla media di popolazione gaussiana con**  **nota:** G è la regione critica del test del rapporto di verosimiglianza di livello per   
IC =   
**Test Bilatero sulla media di popolazione gaussiana con**  **incognita**  
   
**Test Bilatero sulla varianza di popolazione gaussiana con media incognita:** G è una regione critica di livello per

**Test Unilatero sulla varianza di popolazione gaussiana con media nota:**

**Metodo della Quantità Pivotale:** il M.Q.P. serve per trovare degli intervalli di confidenza per caratteristiche particolari. Si usano le quantità pivotali, bisogna sapere la distribuzione della quantità pivotale in questione. (usando la varianza pooled è qtà pivotale).

**Intervallo di confidenza bilatero per con media incognita per popolazione gaussiana:**   
1. questa è una Q.P per IC di 2. La distribuzione di Q non dipende da nessun parametro, quindi è una quantità pivotale, devo risolvere l’equazione e troviamo e e risolvo ponendo al centro la caratteristica da stimare. Il metodo non funziona sempre, poichè non sempre è possibile invertire la relazione.

**3) Teoria della Stima Puntuale  
MSE:** Notare che non esiste lo stimatore di ϑ a varianza finita che abbia MSE minimo. Inoltre se lo stimatore T è non distorto, l’MSE coincide con la varianza poichè il bias (distorisione) è nullo.   
**Stimatore non Distorto:** Media e varianza campionarie sono stimatori non distorti della media e della varianza. Lo stimatore non distorto può non esistere e, se esiste, può non essere unico e se esiste ed è unico potrebbe non essere sensato. Se esistono due stimatori non distorti di detti e ne esistono infiniti di tipo:   
**Stimatore UMVUE:** Stimatore non distorto per e tale che ossia a varianza uniformemente minima (Uniform Minimum Variance Unbiased Estimator).  
1. Se esiste è unico 2. E’ simmetrico, quindi cambiando l’ordine delle osservazioni nel campione, questo non cambia  
**3. Asintoticamente non distorto:** se   
**4.Consistente in media quadratica:** è equivalente a imporre la non distorsione asintotica e varianza asintoticamente nulla quindi si verifica facendo : e   
**5. Gaussianità Asintotica:** la successione è asintoticamente gaussiana se **Informazione di Fisher:** n volte l’informazione sulla singola osservazione. Quindi ossia la likelihood in una sola osservazione.   
**Diseguaglianza di Fréchet-Cramer-Rao:** ogni stimatore T non distorto gode di questa proprietà  
**Stimatore Efficiente:** uno stimatore non distorto la cui varianza raggiunge il confine FCR è detto efficiente. Si noti che:  
1. Se uno stimatore T efficiente esiste, questo è anche UMVUE. Inoltre se esiste si ottiene con MLE  
2. Con un campione casuale la varianza dello stimatore efficiente è inversamente proporzionale al numero di osservazioni del campione  
Si verifica che uno stimatore sia efficente con la seguente relazione:

**F.d.R Asintotica di Stimatore ML di Caratteristica k:** dalle proprietà Asintotiche degli stimatori ML di modelli regolari di caratteristiche segue che la distribuzione asintotica di è una normale . In pratica se , sono stimatori MLE di una caratteristica allora sono Asintoticamente non Distorti, efficenti e gaussiani con media e varianza come sopra.

**Metodo dei Momenti**  momento r-esimo campionario  
 è la versione campionaria del calcolo della varianza = che per campioni gaussiani è lo stimatore dei momenti della varianza, ed è distorto. Si ha che   
Se ho già la media e devo trovare lo stimatore con il metodo del moomenti, mi basta invertira la relazione e trovare il parametro in funzione della media che è proprio il momento primo, ossia la media campionaria. Il metodo dei momenti applicato alle Gamma è:

****

**Metodo di Massima Verosimiglianza**

**Likelihood:** in pratica è data dalla funzione di densità congiunta del campione

**Ricordare che:** la sommatoria va solo dove c’è la x

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Gaussiana | Bernoulliana |
|  | la S calcolata con (n-1) |  |
|  |  |  |
|  |  | = |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Esponenziale | Poisson | Uniforme |
|  |  |  | da |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

**Nota:** il massimo del grafico della funzione di verosimglianza è lo stimatore MLE stesso.

**Proprietà degli Stimatori MLE**  
1. Se è soddisfatta la diseguaglianza di FCR e T è uno stimatore efficente di k, T è unico.  
2. Se è soddisfatta la diseguaglianza FCR, la successione di stimatori è asintoticamente non distorta, consistente in media quadratica, asintoticamente gaussiana con media asintotica k e varianza asintotica pari al cofine FCR (la diseguaglianza è una uguaglianza)   
 uno stimatore ML è asintoticamente efficente e quindi asintoticamente UMVUE

**Cosa e Come si devono spiegare le Proprietà degli Stimatori MLE negli esercizi:** se ho la rappresentazione di ed è nella forma , lo stimatore è efficente, cioè non distorto e consistente in media quadratica. Inoltre la Informazione di Fisher relativa è calcolabile come Se è non distorto (e se è efficente non lo è) allora   
Inoltre per il TCL si ha che: ha fdr Gaussiana a media e varianza   
Posso trovare facilmente un intervallo bilatero asintotico

Posso dire che l’aver scritto nella forma particolare lo stimatore, è condizione necessaria e sufficiente affinche la varianza dello stimatore raggiunga il confine di Cramer-Rao

**4) Verifica di Ipotesi**

Per calcolare il p-value quando il campione viene fornito, calcolo α con al posto della regione critica il campione fornito. Per calcolare la potenza del test si può anche semplicemente calcolare il p-value nel campione fornito (per dati gaussiani va bene)

**Lemma di Neyman-Pearson e Test del Rapporto di Verosimiglianza:** sia un campione casuale con verosimiglianza e supponiamo di voler verificare . Sia G la regione critica definita da : è la regione critica che genera la massima Potenza fra tutte le regioni critiche di ampiezza minore o uguale all’ampiezza di G (attenzione! è solo un rapporto di likelihood, non del relativo logaritmo derivato...)  
In pratica si calcola in rapporto tra le likelihood, lo si pone minore o uguale a e quindi si cerca di esplicitare la x in funzione di k ottenendo due casi diversi:  
 oppure   
1. Con l’integrale della densità di partenza, se questa era data, al numeratore tra il lower bound della densità e k se era , altrimenti tra k e l’upper bound della densità se (porre prima dopo la risoluzione dell’integrale, è indifferente). Quindi si eguaglia il risultato dell’integrale ad α e si esplicita k in funzione di α ottenendo una regione critica del tipo oppure e si sostiuisce α trovando la regione critica che garantisce la potenza massima del test.   
2. Con il quantile se conosco la distribuzione di x<k. In qs caso può essere che sia la media campionaria o altro e quindi devo usare il quantile. Se so la distribuzione di k()=T uno stimatore di , e mi chiedono un test di ipotesi tipo vs e analoghi, di livello α, trovare la regione critica è facile. Faccio con k tale che Confronto il valore di T trovato con k e vedo se è nella regione critica, e decido se rifiutare o meno . La potenza di un test così è dato da:

**Funzione di potenza del test:** per calcolare la funzione di potenza del test (ossia la probabilità di fare la corretta decisione se effettivamente rifiuto l’ipotesi nulla) devo calcolare: Gli estremi dell’integrali vanno scelti a seconda se c’è oppure   
Se invece ho un IC, per trovare la potenza faccio e cerco di arrivare ai quantili della normale standard o a probabilità che so calcolare.

**Errore di seconda specie:** è l’errore che commetto accettando quando questa è falsa:

**Trovare il p-value:** deve essere fornito X. Si sostiuisce a oppure a a seconda dei casi, e si trova α. L’α trovato è il p-value.

**Verifica di Ipotesi per una popolazione Bernoulliana e intevalli di confidenza per popolazioni bernoulliane**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| **Regione Critica** |  |  |
| **k** |  |  |
| **p-value** |  |  |

La f.d.r Bin è discreta quindi non è detto che si riesca a trovare dei k per tutti gli α che soddisfino la disequazione. Di contro è semplice trovare il p-value del test.  
  
**Test asintotico per grandi campioni:** se abbiamo un campione numeroso invece possiamo costruire un test approssimato asintotico per effettuare test di ipotesi, esprimendo tutto in termini di frequenza relativa campionaria di successo . É approssimazione Gaussiana della Binomiale per grandi campioni. Si distribuisce come una normale di media e varianza

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| con |  |  |
| con |  |  |
|  |  | p-value |

**5) Inferenza non parametrica**

**Nota:** Campioni UGUALI e TABELLATI posso considerarli gaussiani bivariati

**a) Test di Buon Adattamento per un singolo campione**

**1) Test di Kolmogorov-Smirnov (Dati non raggruppati, a,b,c,d,e..)**Si applica SOLO se ho dati grezzi e continui (non va bene per dati discreti), va bene sia nel caso di piccoli che grandi campioni, il campione viene da f.d.r continua. Richiede che l’ipotesi nulla sia semplice, è un test esatto per problemi del tipo: Costruisco la tabella:  
 ...  
 Attenzione: questa è la ripartizione ma spesso negli esercizi viene data la densità, bisogna fare l’integrale o guardarlo sulle tabelle  
=> T=max(diff). Quindi guardo sulle tavole di K-S il quantile (le tavole sono già tabulate per 1-α quindi mi basta guardare l’α nella colonna). Se T < Accetto a livello α, altrimenti rifiuto. Se non ho α devo guardare il p-value. Per il p-value guardo la riga n-esima e guardo dove cade T. Se T cade esattamente in un valore tabulato, il p-value è il valore della colonna, se invece non cade esattamente dovrò dare un intervallo di valori in cui cade il p-value e confrontarlo con gli usuali valori di α

**2) Test Chiquadro per dati categorici o discreti (Dati Raggruppati [a,b],[c,d]...)**Si applica quando ho grandi campioni, meglio se raggruppati (cioè poche modalità con alta numerosità, almeno maggiore di 5 altrimenti non si applica il test) e anche se l’ipotesi nulla è complessa. E’ un test asintotico. Il problema è:   
La statistica test che si usa è quella di Pearson: dove , n è l’ampiezza del campione, è la numerosità dell’iesima modalità, k è il numero di modalità, k-1 è il numero dei salti. Rifiuto se Q > p-value =   
In pratica vado sulle tavole Chi-quadrato a vedere alla riga k-1 dove (e se) incontro il valore trovato, se lo trovo il p-value è l’intestazione della colonna, se non lo trovo approssimo con un intervallo. Se p-value è alto (>20%) tendo ad accettare, se è basso tendo a rifiutare.   
Se i dati sono accorpati ma ci sono alcune classi che non hanno numerosità maggiore di 5, allora accorpo ulteriormente e riduco il numero di classi DOPO aver calcolato np.   
NB: la MEDIA CAMPIONARIA dei dati raggruppati è il momento primo campionario   
NB: se non ho i dati grezzi, ma solo gli intervalli,calcolo la media campionaria, facendo uso del valore centrale X= sommatoria delle numerosità, moltiplicate per il valore centrale dell’intervallo corrispondente  
NB: per ogni parametro stimato perdo un grado di libertà  
NB: se il test è di buon adattamento verso popolazione gaussiana di media e varianza specificata, le p0 sono i quantili delle standardizzate

**3) Test Chiquadro per dati qualunque:** non ho dati discreti ma continui => raggruppo e quindi applicare il test Chiquadro come sopra. Se l’ipotesi nulla è composta (problemi di tipo e quindi il modello è specificato a meno di qualche parametro incognito, dovrò stimare opportunamente questi parametri e perdo un gdl per ogni parametro stimato.

**4) Test di Lilliefors:** Si applica quando si ha un numero esiguo di dati e i parametri della distribuzione non sono assegnati ( e soprattutto se si sospettano modelli gaussiani). Va bene per entrambi i tipi di problemi, :   
Si procede come per K-S, ovviamente qui la F0 saranno i quantili della normale, prendo T = sup. Guardo sulle tavole di Lilliefors se T < accetto, altrimenti rifiuto.

**b) Test di Indipendenza**

**1) Test Chiquadro:** si suppone che X e Y assumano un numero finito di modalità. Il problema che si cerca di risolvere è:   
 densità congiunta à prodotto delle marginali, contro

Faccio uso delle marginali nei calcoli, somma el riga, somma el colonna, poi costruisco una nuova matrice con le numerosità teoriche, in cui la cella(1;2) è data da

T= sommatoria delle differenze cella per cella delle due matrici, divise per la seconda cella  
Statistica Test: dove è il quadrato del singolo elemento della tabella, è la somma dell’i-esima riga, è la somma dell’i-esima colonna, n è il numero totale.  
Rifiuto se T> quantile di ordine 1-α della binomiale. Ovviamente tali quantili non esistono, ma se n>30, e abbiamo almeno 5 osservazioni per coppia posso approssimare la binomiale con la chiquadro e quindi la condizione diventa:  
Rifiuto se T> il p-value è dunque =

**c) Test di Omogeneità (NOTA: quello che voglio stabilire si mette in H1)**

**1) Test di Wilcoxon-Mann-Whitney per due campioni indipendenti (campioni diversi e non tabellati):** si usa per risolvere problemi del tipo: . Richiede dati senza ripetizione, va bene per campioni piccoli e se non è specificata alcuna ipotesi sul modello parametrico da cui vengono i dati.  
Notare che X “>” Y equivale a dire F(x) < G(x), si cambia segno.

1) Ordino le osservazioni di Y e di X (è comoda una tabella due righe x e y e incasello i dati per rank)  
2) Calcolo il Rank di X come somma di tutte le posizioni e quindi la statistica test dove m sono le numerosità di X, n di Y

2a) Se F = G e m,n 20 uso le tavole di W-M-W sapendo che se dovesse servire.  
   
2b) Se F = G e m,n > 20 uso l’approssimazione gaussiana e dico che con G analoghe.

**2) Test dei segni di Wilcoxon per dati accoppiati:** . Si contano il numero di coppie in cui X è più grande di Y, ci aspettiamo che se F = G , grande se F < G, piccolo invece se F > G. è una Binomiale (visto che le osservazioni sono i.i.d) di parametri (n, 1/2). Dovrei utilizzare i quantili della binomiale,   
****  
Se n è grande ovviamente posso applicare il TCL e dire che

**Test asintotico di livello α per grandi campioni:**  al posto di = posso mettere qualunque cosa a seconda della regione critica  
**Potenza del Test**:   
**IC Bilatero:**

Se ho il campione specificato posso usare le frequenze relative campionarie: e costruire intervalli bilateri come sopra (senza usare ) della formula.

**Media di una v.a nota la ripartizione:** si fa la somma delle ampiezze del salto per il k del salto, si divide tutto per la numerosità del campione

**NOTE SUGLI ESERCIZI:**  
1) Nel caso di campioni indipendenti, la varianza della somma è la somma delle varianze  
2) Il minimo del MSE si trova derivando  
3) **Formula della Probabilità Condizionata:** )